Capitolo 3

Funzioni

38. Posto

$$a = 0,21 \qquad b = \frac{1}{5} \qquad c = \frac{1}{\log_2 5}$$

si ha

A. $c < a < b$

B. $a < b < c$

C. $c < b < a$

D. $b < a < c$

E. $a < c < b$

Funzioni; logaritmi; confronti numerici.

Poiché $b = 1/5 = 0,2$ si vede subito che $b < a$. Questo già esclude le risposte A, B, E. Chiediamoci allora se è vero che $c < b$. In caso affermativo, la risposta esatta è la C, altrimenti per esclusione è la D. Ora, $c < b$ equivale a

$$\frac{1}{\log_2 5} < \frac{1}{5}, \qquad \text{ossia} \qquad 5 < \log_2 5$$

che è falsa, perché l'esponente da mettere a 2 per avere 5 è compreso, ad es., tra 2 e 3 ($2^2 = 4 < 5$; $2^3 = 8 > 5$), quindi $\log_2 5 < 3$. Pertanto la risposta esatta dev'essere la D.

Definizione di logaritmo, proprietà delle disuguaglianze.

---

39. Quale delle seguenti espressioni è uguale a $\log(1-x^2)$ per ogni numero reale x tale che $0 < x < 1$?

A. $-\log x^2$

B. $\dfrac{\log 1}{\log x^2}$

C. $2\log(1-x)$

D. $\log(1-x) + \log(1+x)$

E. $\log(1-x) \times \log(1+x)$

Funzioni; logaritmi.

Ricordiamo anzitutto la proprietà del logaritmo di un prodotto (valida per $a > 0$ e $b > 0$, perché hanno senso solo i logaritmi di numeri positivi)

$$\log(ab) = \log a + \log b$$

Allora

$$\log\left(1-x^2\right) = \log\left[(1-x)(1+x)\right] = \log(1-x) + \log(1+x)$$

e quindi la D è la risposta esatta.

Notiamo che la condizione $0 < x < 1$ garantisce che si abbia $1 - x > 0$ e $1 + x > 0$, per cui tutte le espressioni scritte hanno senso, e vale la precedente catena di uguaglianze.

Si ricordi che non esiste nessuna proprietà per il logaritmo di una somma o di una differenza, cioè per $\log(a \pm b)$. Le risposte sbagliate indicano alcuni dei possibili errori di calcolo originati da questa falsa (ma diffusa!) convinzione.

Proprietà dei logaritmi.

---

40. Sia
$$a = 2^{\log_2 7 + \log_{1/2} 3}$$
Allora

A. $a = 4$

B. $a = 7 + \dfrac{1}{3}$

C. $a = \dfrac{7}{3}$

D. $a = 21$

E. $a = -21$

Funzioni; logaritmi.

Per una proprietà delle potenze si ha
$$2^{\log_2 7 + \log_{1/2} 3} = 2^{\log_2 7} \times 2^{\log_{1/2} 3}$$
Per definizione di logaritmo,
$$2^{\log_2 7} = 7$$
mentre per le proprietà dei logaritmi
$$\log_{1/2} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 (1/2)} = -\log_2 3 = \log_2 \frac{1}{3}$$
e quindi
$$2^{\log_{1/2} 3} = 2^{\log_2 (1/3)} = \frac{1}{3}$$
In definitiva,
$$a = 2^{\log_2 7} \times 2^{\log_{1/2} 3} = \frac{7}{3}$$
Quindi la risposta esatta è la C.

Definizione e proprietà dei logaritmi (in particolare, proprietà del cambiamento di base); proprietà delle potenze.

---

41. Quante delle seguenti uguaglianze sono verificate per ogni numero reale $a > 0$, $a \neq 1$, $a \neq 1/2$?

$$\log_{2a} a = \frac{1}{2} \quad ; \quad \log_{\sqrt{a}} \frac{1}{a} = -2$$
$$(\log_a a^2)(\log_{a^2} a) = 1 \quad ; \quad \log_a \frac{a}{2} = \frac{1}{2}$$

A. Nessuna

B. Una

C. Due

D. Tre

E. Tutte

Funzioni; logaritmi.

Esaminiamo le quattro uguaglianze una per una. Si suppone sempre $a > 0$, $a \neq 1/2$, $a \neq 1$ (ossia: a è una base ammissibile per i logaritmi indicati nel testo).

Per definizione di logaritmo,

$$\log_{2a} a = \frac{1}{2} \quad \text{equivale a} \quad (2a)^{1/2} = a$$

che ovviamente in generale è *falsa* (essendo verificata solo per $a = 2$). Analogamente,

$$\log_{\sqrt{a}} \frac{1}{a} = -2 \quad \text{equivale a} \quad \left(\sqrt{a}\right)^{-2} = \frac{1}{a}$$

che invece è *vera*. Per la terza uguaglianza, osserviamo che per le proprietà dei logaritmi

$$\log_a a^2 = 2$$

e

$$\log_{a^2} a = \frac{\log_a a}{\log_a a^2} = \frac{1}{2}$$

quindi

$$\left(\log_a a^2\right)(\log_{a^2} a) = 1$$

è *vera*. Infine,

$$\log_a \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{equivale a} \quad a^{1/2} = \frac{a}{2}$$

che in generale è *falsa*. Quindi, delle quattro identità proposte, due sono vere e due false; la risposta esatta è perciò la C.

Definizione e proprietà dei logaritmi; proprietà delle potenze.

42. Indicato con x un angolo la cui misura in radianti può variare tra 0 e 2π, l'equazione

$$\sin x + \cos x = 0$$

ammette

A. quattro soluzioni

B. due soluzioni

C. una soluzione

D. otto soluzioni

E. nessuna soluzione

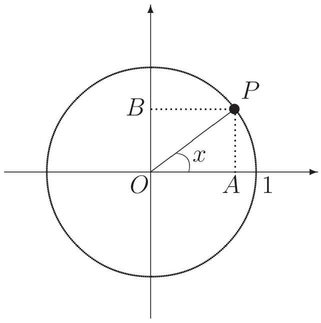
Funzioni; equazioni trigonometriche.

L'equazione è equivalente a

$$\sin x = -\cos x$$

che, per angoli x al primo giro (cioè tra 0 rad e 2π rad), ha le due soluzioni $x = 3\pi/4$ e $x = 7\pi/4$.

Per rendersene conto, basta pensare alla circonferenza trigonometrica (v. figura) e al significato di seno come ordinata ($= \overline{OB}$) e di coseno come ascissa ($= \overline{OA}$) del punto P mobile su tale circonferenza. Allora, gli angoli che soddisfano $\sin x = -\cos x$ sono quelli delle bisettrici del secondo e del quarto quadrante, che sono le uniche semirette che individuano i punti P aventi ascissa e ordinata opposte. Quindi la risposta esatta è la B.



⚓ *Definizione delle funzioni trigonometriche* $\sin x$ *e* $\cos x$*, circonferenza trigonometrica.*

---

43. Tutte le soluzioni reali dell'equazione

$$\tan 2x = -\tan \frac{\pi}{3}$$

sono date da $(k = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$

C. $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$

E. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$

Funzioni; equazioni trigonometriche.

Poiché la funzione $\tan x$ è dispari (cioè $\tan(-x) = -\tan x$) e π-periodica (cioè $\tan(x + k\pi) = \tan x$ per $k = 0, \pm 1, \pm 2, ...$), l'equazione equivale a

$$\tan 2x = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

e quindi a

$$2x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

ossia $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$. La risposta esatta quindi è la D.

Probabilmente alcuni (o molti) studenti possono aver ragionato così: $\tan(\pi/3) = \sqrt{3}$ (è un valore notevole), e l'equazione elementare $\tan 2x = -\sqrt{3}$ ha soluzioni $2x = 2\pi/3 + k\pi$ perché la tangente di $2\pi/3$ (cioè $120°$) è appunto l'opposta della tangente di $\pi/3$ (cioè $60°$). Quindi le soluzioni risultano $x = \pi/3 + k\pi/2$; ma questa espressione non c'è fra le cinque risposte!

(In realtà essa c'è: dev'essere la D, come sappiamo dal precedente svolgimento.)

In una situazione del genere lo studente, se sicuro dei propri conti, *deve* poter trasformare il proprio risultato in uno di quelli proposti. Ciò si fa provando a calcolare quanto fa $\frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{2}$: in particolare si trova che $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$, il che significa

$$x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} + (k+1)\,\frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6} + h\frac{\pi}{2}$$

dove $h = k + 1$ è un arbitrario intero relativo (essendo arbitrario k). Si perviene così alla D.

Proprietà della funzione $\tan x$.

---

44. L'espressione

$$7^{2+\log_7 x}$$

è uguale a

A. $7x$

B. $49 \log_7 x$

C. $7^2 + x$

D. $49x$

E. $49 + \log_7 x$

Funzioni; logaritmi.

Per le proprietà delle potenze e la definizione di logaritmo si ha

$$7^{2+\log_7 x} = 7^2 \times 7^{\log_7 x} = 49x$$

La risposta esatta è la D.

Definizione di logaritmo; proprietà delle potenze.

45. L'equazione

$$\log_{10}(4x) + \log_{10}(9x) = 2$$

è verificata per

A. $x = \dfrac{100}{13}$

B. $x = \dfrac{20}{13}$

C. $x = \dfrac{100}{36}$

D. $x = \dfrac{10}{6}$

E. $x = \pm\dfrac{10}{6}$

Funzioni; equazioni logaritmiche.

L'equazione ha senso purché $x > 0$, ed in tal caso si riscrive (per le proprietà dei logaritmi) come

$$\log_{10}\big[(4x)(9x)\big] = 2$$

Passando agli esponenziali in base 10 si ha

$$36x^2 = 10^2$$

e passando alle radici quadrate (ricordiamo che $x > 0$)

$$6x = 10 \qquad \text{da cui} \qquad x = \frac{10}{6}$$

Quindi la risposta esatta è la D.

Tra le risposte sbagliate, tutte dovute a errori di calcolo, è insidiosa la E perché risolvendo l'equazione $36x^2 = 10^2$ si ha $x = \pm 10/6$: bisogna ricordarsi, però, che la radice negativa va scartata per la condizione di esistenza $x > 0$ nell'equazione di partenza.

Proprietà dei logaritmi; risoluzione di equazioni logaritmiche.

---

46. In figura è riportata una parte del grafico di una delle seguenti funzioni. Quale?

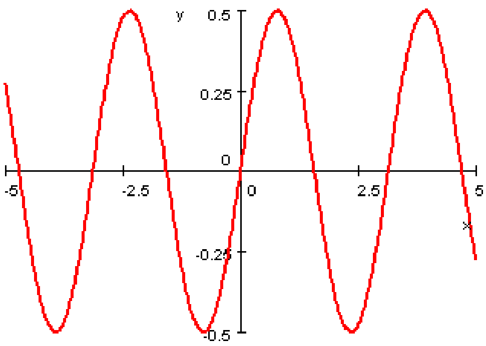
A. $y = \sin x \cos x$

B. $y = \sin 2x$

C. $y = \sin x$

D. $y = \cos 2x$

E. $y = \dfrac{1}{2} \sin x$



Funzioni; funzioni trigonometriche.

Ispezionando il grafico, si osserva che $-5 \leq x \leq 5$ e che i corrispondenti valori della funzione oscillano tra $-0,5$ e $0,5$. Quindi

la funzione B è da scartare perché, ad es., $\sin 2x = 1$ per $x = \pi/4 \simeq 0,75$;

la funzione C è da scartare perché, ad es., $\sin x = 1$ per $x = \pi/2 \simeq 1,57$;

la funzione D è da scartare perché, ad es., $\cos 2x = 1$ per $x = 0$.

La figura mostra anche che la funzione ha un grafico di tipo sinusoidale il cui periodo *non* è 2π. Quindi

la funzione E è da scartare perché ha periodo 2π.

Perciò tutte le funzioni vanno escluse tranne la A, e la risposta esatta è A.

Grafici di funzioni di tipo sinusoidale; periodicità.

---

47. Si consideri la seguente equazione per i valori reali della variabile x

$$8^{(3x-1)/3} = 4^{(3x+1)/2}$$

L'equazione data ha

A. una soluzione

B. due soluzioni

C. infinite soluzioni

D. nessuna soluzione

E. quattro soluzioni

Funzioni; equazioni esponenziali.

Esprimiamo ambo i membri come potenze di 2, e poi uguagliamo gli esponenti

$$\begin{aligned} \left(2^3\right)^{(3x-1)/3} &= \left(2^2\right)^{(3x+1)/2} \\ 2^{3x-1} &= 2^{3x+1} \\ 3x-1 &= 3x+1 \qquad \text{impossibile} \end{aligned}$$

Quindi la risposta esatta è la D.

Proprietà delle potenze; risoluzione di equazioni esponenziali.

---

48. Il *minimo* periodo della funzione

$$y = \cos^2 x$$

è

A. π^2

B. $(2\pi)^2$

C. 2π

D. 4π

E. π

Funzioni; funzioni trigonometriche.

Partiamo dalla nota proprietà che la funzione trigonometrica fondamentale $\cos x$ è periodica con periodo 2π, cioè $\cos(x + 2\pi) = \cos x$. Elevando questa identità al quadrato, si ha

$$\cos^2(x + 2\pi) = \cos^2 x$$

e quindi vediamo che la funzione $\cos^2 x$ è certamente periodica con periodo 2π. Il valore 2π è riportato nella risposta C, ma (attenzione!) la domanda chiede il periodo *minimo* di $\cos^2 x$. Si tratta allora di controllare se i numeri riportati nelle altre risposte corrispondono a periodi più piccoli di 2π. Esaminiamoli ad uno ad uno.

A, B, D. È $\pi^2 \simeq 9$, $(2\pi)^2 \simeq 36$, $4\pi \simeq 12$, quindi le risposte A, B, D sono da scartare perché (anche ammesso che esse forniscano dei periodi di $\cos^2 x$, cosa comunque non vera) i numeri che riportano sono maggiori di $2\pi \simeq 6$.

E. Si ha $\cos(x + \pi) = -\cos x$ (angoli che differiscono di π hanno coseni opposti), quindi elevando al quadrato

$$\cos^2(x + \pi) = (-\cos x)^2 = \cos^2 x$$

e π risulta effettivamente un periodo per la funzione $\cos^2 x$. La risposta esatta è dunque la E.

Per rispondere al quesito non è stato necessario *dimostrare* che π è il minimo periodo della funzione $\cos^2 x$, ma è bastato scoprire quale fra i numeri riportati nelle cinque risposte è il periodo più piccolo. Comunque, una possibile dimostrazione di tale proprietà è la seguente. Scriviamo (formula di duplicazione)

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

Allora i periodi di $\cos^2 x$ e di $\cos 2x$ coincidono, e dal fatto (noto) che il minimo periodo della funzione $\cos x$ è 2π, segue che il minimo periodo di $\cos 2x$, e quindi di $\cos^2 x$, è π:

$$\cos 2x = \cos(2x + 2\pi) = \cos 2(x + \pi)$$

Definizione di periodo delle funzioni trigonometriche; calcolo di periodi.

---

49. La disequazione

$$\log_2(x-1) - \log_2(3-x) < 2$$

è verificata per

A. $x < \frac{5}{2}$

B. $1 < x < 3$

C. $2 < x < 3$

D. $1 < x < 2$

E. $x < 2$ oppure $x > 3$

Funzioni; disequazioni logaritmiche.

Le espressioni scritte hanno senso purché gli argomenti dei logaritmi siano positivi, quindi imponiamo subito le condizioni $x > 1$ e $x < 3$, ossia: $1 < x < 3$. Sotto quest'ipotesi si può riscrivere la disequazione, usando le proprietà dei logaritmi, nella forma equivalente

$$\log_2\left(\frac{x-1}{3-x}\right) < 2$$

e quindi, passando agli esponenziali in base 2,

$$\frac{x-1}{3-x} < 2^2$$

Poiché $3 - x > 0$, questa è equivalente a

$$\begin{aligned} x - 1 &< 4(3 - x) \\ 5x &< 13 \\ x &< \frac{13}{5} \end{aligned}$$

che, confrontata con le condizioni di esistenza $1 < x < 3$, restringe le soluzioni a $1 < x < 13/5$.

Ma questo intervallo di soluzioni non c'è, tra le risposte proposte! Tuttavia, la D è l'unica ad offrire un intervallo *contenuto* in quello delle soluzioni. In altre parole: è vero che *se* $1 < x < 2$, allora è anche $1 < x < 13/5$ e quindi la disequazione è verificata. (Anche se non è vero che la disequazione sia verificata *solo se* $1 < x < 2$). Viceversa, tutte le altre risposte propongono condizioni che non implicano che sia $1 < x < 13/5$, e quindi non implicano che la disequazione sia verificata. Pertanto la risposta esatta è la D.

Risoluzione di disequazioni logaritmiche; implicazioni tra condizioni.

---

50. La disequazione

$$3^{1+x} - 3^{1-x} > 8$$

è verificata per

A. $x > 1$

B. $x < -\dfrac{1}{3}$ oppure $x > 3$

C. $x = 2$

D. $-1 < x < 1$

E. $x > \log_9 8$

Funzioni; disequazioni esponenziali.

Riscriviamo la disequazione nella forma

$$3 \times 3^x - \frac{3}{3^x} > 8$$

e quindi, ponendo $t = 3^x$ e ricordando che $t > 0$,

$$\begin{aligned} 3t - \frac{3}{t} &> 8 \\ 3t^2 - 8t - 3 &> 0 \end{aligned}$$

Risolvendo la disequazione di secondo grado in t, si trova

$$t < -\frac{1}{3} \qquad \text{oppure} \qquad t > 3$$

Ritornando alla x, si ha

$$3^x < -\frac{1}{3} \qquad \text{impossibile}$$

oppure

$$3^x > 3 \qquad \text{da cui} \qquad x > 1$$

Le soluzioni della disequazione sono quindi $x > 1$ e la risposta esatta è la A.

Risoluzione di disequazioni esponenziali e di disequazioni algebriche di secondo grado.

---

51. La disequazione

$$2 - |\log_3 x| > 0$$

è verificata per

A. $x > 0$

B. $x < \frac{1}{9}$ oppure $x > 9$

C. $x = 1$

D. $\frac{1}{9} < x < 9$

E. $|x| > \log_3 2$

Funzioni; disequazioni logaritmiche, disequazioni con termini in valore assoluto.

✎ Bisogna anzitutto imporre che sia $x > 0$ (perché abbia senso il logaritmo). Quindi risolviamo la disequazione così:

$$\begin{aligned} 2 - |\log_3 x| &> 0 \\ |\log_3 x| &< 2 \end{aligned}$$

cioè

$$-2 < \log_3 x < 2$$

e, passando all'esponenziale in base 3,

$$3^{-2} < x < 3^2$$

$$\frac{1}{9} < x < 9$$

Tali soluzioni sono compatibili con la condizione di esistenza $x > 0$. Quindi la risposta esatta è la D.

⚓ *Risoluzione di disequazioni logaritmiche e di disequazioni contenenti valori assoluti, con discussione del modulo.*

---

52. Indicato con x un angolo la cui misura in radianti può variare tra 0 e 2π, l'equazione

$$\sin x - \cos^2 x = 1$$

ammette

A. quattro soluzioni

B. due soluzioni

C. una soluzione

D. infinite soluzioni

E. nessuna soluzione

👁 *Funzioni; equazioni trigonometriche.*

Sfruttando l'dentità fondamentale $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, l'equazione si riscrive come equazione di secondo grado in $\sin x$

$$\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$$

Scomponendo il trinomio $t^2 + t - 2 = (t-1)(t+2)$, l'equazione diventa

$$(\sin x - 1)(\sin x + 2) = 0$$

che porta a

$$\sin x = -2 \qquad \text{impossibile}$$

oppure a

$$\sin x = 1$$

che, per x compreso tra 0 e 2π, vale se e solo se $x = \pi/2$. La soluzione è dunque unica, e la risposta esatta è la C.

Se uno studente non facesse attenzione alla prima riga del testo, in cui si dice che x varia solo tra 0 e 2π, troverebbe le infinite soluzioni $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$, e quindi darebbe la risposta errata D. Al solito, è fondamentale chiedersi in quale insieme si cercano le soluzioni di un'equazione.

Risoluzione di equazioni trigonometriche e di equazioni algebriche di secondo grado.

---

53. Indicato con x un angolo la cui misura in radianti può variare tra 0 e 2π, la disequazione

$$4\sin^2 x > 1$$

è verificata per

A. $\dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{5\pi}{6}$ oppure $\dfrac{7\pi}{6} < x < \dfrac{11\pi}{6}$

B. $x > \dfrac{\pi}{6}$

C. $\dfrac{\pi}{6} < x < \dfrac{11\pi}{6}$

D. $\dfrac{5\pi}{6} < x < \dfrac{7\pi}{6}$

E. $x < \dfrac{11\pi}{6}$

Funzioni; disequazioni trigonometriche.

La disequazione di partenza è equivalente a

$$\sin^2 x > \frac{1}{4}$$

e quindi a

$$\sin x < -\frac{1}{2} \qquad \text{oppure} \qquad \sin x > \frac{1}{2}$$

Queste due disequazioni trigonometriche elementari hanno complessivamente per soluzioni, quando x è compreso tra 0 e 2π, le seguenti

$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6} \qquad \text{oppure} \qquad \frac{7\pi}{6} < x < \frac{11\pi}{6}$$

(come si vede da un disegno sulla circonferenza trigonometrica). Quindi la risposta esatta è la A.

Risoluzione di disequazioni trigonometriche e di disequazioni algebriche di secondo grado; valori notevoli della funzione $\sin x$.

---

54. Stabilire per quali valori di x esiste il corrispondente valore di y nella seguente funzione

$$y = \frac{\sqrt{4-x}}{\log_5 x}$$

A. Per $0 < x \leq 4$

B. Per $x \neq 1$

C. Per $0 < x < 1$ oppure per $1 < x \leq 4$

D. Per $x > 0$

E. Per ogni x reale

Funzioni; logaritmi, radicali.

Affinché la funzione sia definita occorre che sia

$$\begin{array}{rcll} x & > & 0 & \text{(per l'esistenza del logaritmo);} \\ \log_5 x & \neq & 0 & \text{(perché non si annulli il denominatore)} \quad \text{ossia } x \neq 1; \\ 4 - x & \geq & 0 & \text{(perché il radicando sia non negativo)} \quad \text{ossia } x \leq 4 \end{array}$$

Le condizioni di esistenza si riassumono quindi nelle seguenti

$$0 < x \leq 4 \qquad \text{con} \qquad x \neq 1$$

e la risposta esatta è la C.

Condizioni di esistenza per logaritmi, radicali e quozienti.

---

55. In figura è riportata una parte del grafico di una delle seguenti funzioni. Quale?

A. $y = 2^{-x}$

B. $y = 2^{x}$

C. $y = 2^{|x|}$

D. $y = 2^{-|x|}$

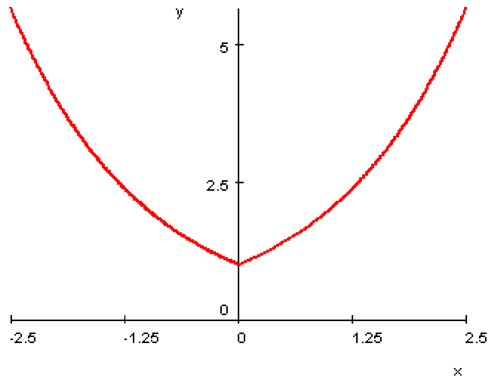
E. $y = 2^{x^2}$

Funzioni; funzioni esponenziali.

Il grafico è simmetrico rispetto all'asse y, il che significa che a valori opposti della x corrispondono uguali ordinate. Quindi A e B sono da scartare (ad es., $2^{-3} \neq 2^3$).

Per $x > 0$ la funzione del grafico cresce, quindi non può essere la D (ad es., è $3 < 4$ mentre $2^{-3} > 2^{-4}$).

Rimangono la C e la E. Per $x = 2$ la funzione in E vale $2^{2^2} = 16$, e questa ordinata non è compatibile con quelle del grafico. Quindi la risposta esatta è la C.



Grafici di funzioni di tipo esponenziale; simmetrie sui grafici.

---

56. L'espressione

$$\cos(\sin x)$$

con x numero reale

A. è identicamente uguale ad x

B. equivale a $\sin(\cos x)$

C. è sempre positiva

D. è un modo abbreviato per scrivere $(\cos x)(\sin x)$

E. ha senso solo per $-1 \leq x \leq 1$

Funzioni; funzioni trigonometriche.

La scrittura $\cos(\sin x)$ denota il coseno dell'angolo (espresso in radianti!) $\alpha = \sin x$. Per ogni x reale si ha $-1 \leq \sin x \leq 1$; quindi dobbiamo considerare $\cos\alpha$ per $-1 \leq \alpha \leq 1$. Poiché l'angolo di 1 radiante, sulla circonferenza trigonometrica, si trova nel primo quadrante (1 rad corrisponde a $\dfrac{180°}{\pi}$ gradi, cioè a poco meno di 60°), la condizione

$-1 \leq \alpha \leq 1$ implica che α sia un angolo nel primo o quarto quadrante, perciò il suo coseno è sempre positivo. Quindi $\cos(\sin x) > 0$ per ogni x, e la risposta esatta è la C.

Proprietà delle funzioni $\sin x$ *e* $\cos x$*; composizione di funzioni.*

---

57. Se $\pi/4 \leq \alpha < \beta \leq \pi$, allora si ha

A. $\cos\alpha > \cos\beta$

B. $\cos\alpha < \sin\beta$

C. $\sin\alpha > \sin\beta$

D. $\cos\alpha < \cos\beta$

E. $\sin\alpha < \sin\beta$

Funzioni; funzioni trigonometriche.

Ragionando sul significato delle funzioni seno e coseno sulla circonferenza trigonometrica, si vede subito che per angoli compresi tra $\pi/4$ rad e π rad la funzione coseno è decrescente, quindi la risposta A è vera.

La risposta D afferma che il coseno è crescente, il che contraddice A, mentre tutte le altre risposte affermano relazioni non necessariamente vere per angoli compresi tra $\pi/4$ e π.

Misura degli angoli in radianti, definizione e andamento delle funzioni $\sin x$ *e* $\cos x$.
